

# 企業価値評価モデルとしての現在価値恒等式： 数値例に基づく考察

## *A Note on Present-Value Identities as Valuation Models: Numerical Examples*

椎 葉 淳(大阪大学)  
*Atsushi Shiiba, Osaka University*

### 論文要旨

本稿では、Campbell-ShillerとVuolteenahoの現在価値恒等式を企業価値評価モデルとして用いることができることを示す。具体的には、数値例に基づいて、割引配当モデルと残余利益モデルに加えて、これら2つの現在価値恒等式によっても株主価値の評価を行ない、公式の適用可能性や線形近似から生じる評価誤差の大きさについて調査する。主要な結果は次の通りである。Campbell-Shillerの現在価値恒等式は、将来の利益、負債、株主資本、配当が一定のケースでも一定成長のケースでも、割引配当モデルや残余利益モデルと同じ評価値を与え、導出の過程で線形近似をしているにもかかわらず、誤差は生じない。一方、Vuolteenahoの現在価値恒等式は、導出過程で2つの線形近似における基準点を等しくしていることから、通常は評価誤差が生じる。ただし、数値例において常識的な範囲の成長率と割引率を仮定した場合、この評価誤差は概して3%以内であり十分に小さいと判断できる。なお、2つの線形近似の基準点を別々にすれば、誤差なしで株主価値評価を行なうこともできる。

### Summary

This study shows that Campbell-Shiller and Vuolteenaho present-value identities can be used as valuation models such as discounted dividend model (DDM) and residual income model (RIM). To do so, researchers are expected to be able to understand these present-value identities more clearly. In particular, these two identities are employed to derive equity values using some numerical examples, and the applicability of the formulae based on these identities and the significance of valuation errors are investigated. Main results are as follows. When future profits, debt, shareholders' equity, and dividends are constant or increase constantly, Campbell-Shiller present-value identity leads to exactly the same equity value as DDM and RIM though one uses linear approximation in the process of the derivation of this identity. On the other hand, some valuation errors occur when Vuolteenaho present-value identity is used due to two linear approximations in the process of the derivation of this identity. Sensitivity checks are also made by changing growth rates and discount rates, and valuation errors are found to be within about three percent and can be judged as not economically significant. In addition, it is possible to make the valuation without error by using another version of Vuolteenaho present-value identity.

## 1. はじめに

本稿では、Campbell-ShillerとVuolteenahoの現在価値恒等式をより深く理解することを目的として、これらの現在価値恒等式を企業価値評価モデルとして用いることができることを示す<sup>1)</sup>。

椎葉(2017)において指摘されているように、よく知られた企業価値評価モデルとの関係でいえば、Campbell-Shillerの現在価値恒等式は割引配当モデルに対応し、Vuolteenahoの現在価値恒等式は残余利益モデルに対応するものと解釈できる。本稿では、織田・福井(2002)の数値例とそ

謝辞：本稿の内容を整理するにあたって、村宮克彦氏(大阪大学)から多くの貴重なコメントを頂いた。また、2017年3月11日に開催された日本組織会計学会の研究会参加者、および2017年7月27日に開催された分析的会計研究会の参加者から有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝の意を表したい。なお、本稿における誤りはすべて筆者個人に帰するものである。本研究は、JSPS科  
研費15K03769、および文部科学省私立大学戦略的研究基盤形成支援事業(平成26年度-平成30年度)の助成を受けている。

連絡先：椎葉 淳 〒560-0043 大阪府豊中市待兼山町1-7 (大阪大学大学院経済学研究科)

TEL : 06-6850-5227 FAX : 06-6850-5227 E-mail : shiiba@econ.osaka-u.ac.jp

こでの仮定を変更したいくつかの数値例を用いて、割引配当モデルと残余利益モデルに加えて、現在価値恒等式によっても企業価値評価を行なう。

なお、本稿では、現在価値恒等式の持つ本質的に重要な特徴には焦点を当てていないことには注意してほしい。つまり、期待リターン（割引率）が変動する状況を前提としていること、対数変換した変数を用いることで実証分析において重要となる変数の定常性を考慮していること、および線形近似することで変数について線形の式となっており、よく用いられる計量経済学的手法を適用しやすくなっていること、などについてはほとんど触れていない<sup>2)</sup>。

本稿の構成は次のようである。まず第2節において、Campbell-Shillerの現在価値恒等式、およびVuolteenahoの現在価値恒等式を示し、その内容について簡潔に説明する。第3節では、数値例を用いて、割引配当モデルと残余利益モデルに加えて、現在価値恒等式によっても企業価値評価を行なう。第4節ではこれらの現在価値恒等式を企業価値評価モデルとして用いることで得られた含意について議論することで、本稿のまとめとする。

## 2. 現在価値恒等式

### 2.1. Campbell-Shillerの現在価値恒等式

Campbell and Shiller(1988)で示されたCampbell-Shillerの現在価値恒等式は次のようにならわすことができる。なお、ここでは $t+1$ 期の期首（時点 $t$ ）において期待値をとった式を示す。また、導出の途中で近似しているが、読みやすさのため等号を用いている。

$$p_t = \frac{k_p}{1 - \rho_p} + \sum_{j=1}^{\infty} \rho_p^{j-1} E_t((1 - \rho_p)d_{t+j} - r_{t+j}) \quad (1)$$

ここで、 $P_t$ を時点 $t$ における株式時価総額、 $D_{t+j}$

を $t+j$ 期における配当として、それぞれの対数をとったものを $p_t \equiv \ln(P_t)$  および  $d_{t+j} \equiv \ln(D_{t+j})$  と定義している。また、 $t+j$ 期の株式リターン $R_{t+j}$ を $R_{t+j} \equiv (P_{t+j} + D_{t+j} - P_{t+j-1})/P_{t+j-1}$ とし、 $t+j$ 期の対数株式リターンを $r_{t+j} \equiv \ln(1 + R_{t+j})$ と定義している<sup>3)</sup>。なお、 $\rho_p$ は1より小さい正の定数、 $k_p$ も定数であり、それぞれ以下で定義する。

この(1)式の導出は椎葉(2017)において詳しく説明されているので、ここでは概要だけ説明しておく。まず、 $t+1$ 期のグロスの対数株式リターン $r_{t+1}$ は次のようにならわすことができる。

$$r_{t+1} = \ln\left(\frac{P_{t+1} + D_{t+1}}{P_t}\right) \quad (2)$$

この式は次のように書きかえることができる。

$$r_{t+1} = \ln(1 + \exp(dp_{t+1})) + \Delta p_{t+1} \quad (3)$$

ここで、対数配当利回り $dp_{t+1}$ を $dp_{t+1} \equiv \ln(D_{t+1}/P_{t+1})$ とし、また $\Delta p_{t+1} \equiv p_{t+1} - p_t$ としている。

この(3)式には非線形である $\ln(1 + \exp(dp_{t+1}))$ の項が含まれているが、 $dp_{t+1}$ の定常状態における値 $\overline{dp}$ を基準点とすると、テイラー展開することで次のように線形近似することができる。

$$\begin{aligned} \ln(1 + \exp(dp_{t+1})) &= \ln(1 + \exp(\overline{dp})) \\ &+ \frac{\exp(\overline{dp})}{1 + \exp(\overline{dp})} (dp_{t+1} - \overline{dp}) \end{aligned} \quad (4)$$

なお、近似誤差は省略している。

実証研究においては、配当利回り $dp_{t+1}$ の定常状態における値 $\overline{dp}$ として、過去の平均値を用いることが多い。具体的には、配当利回りの過去平均を $D/P$ とあらわせば、たとえばCampbell et al. (1996, Ch.7)では1926年から1994年までのアメリカのデータに基づき $D/P=0.04$ (4%)として、 $\overline{dp} = \ln(D/P) = \ln(0.04) = -3.2189$ を用いている。

線形近似した $\ln(1 + \exp(dp_{t+1}))$ をさらに式変形すると、次のようにならわすことができる。

$$\ln(1 + \exp(dp_{t+1})) = k_p + (1 - \rho_p)dp_{t+1} \quad (5)$$

ここで  $\rho_p \equiv 1/(1+\exp(\overline{dp})) (<1)$ 、および  $k_p \equiv -\ln \rho_p - (1-\rho_p)\ln(1/\rho_p - 1)$  である。なお、 $D/P=0.04$  とすると、 $\rho_p=1/(1+\exp(\overline{dp}))=1/(1+D/P)=1/(1+0.04)=0.9615$  であり、 $k_p=0.1630$  となる。

(5) 式を (3) 式に代入して整理すると、 $r_{t+1}$  は次のようにあらわすことができる。

$$r_{t+1} = k_p - \rho_p dp_{t+1} + \Delta d_{t+1} + dp_t \quad (6)$$

ここで  $\Delta d_{t+1} \equiv d_{t+1} - d_t$  としている。この式は、対数株式リターンを線形近似したものである。(6) 式は次のようにあらわすことができる。

$$dp_t = -k_p + \rho_p dp_{t+1} - \Delta d_{t+1} + r_{t+1} \quad (7)$$

一期ずらした式を右辺の  $dp_{t+1}$  に代入し、これを繰り返すと次式を得る。なお、 $N \rightarrow \infty$  のとき  $\rho_p^N dp_{t+N} \rightarrow 0$  を仮定している。

$$dp_t = -\frac{k_p}{1-\rho_p} + \sum_{j=1}^{\infty} \rho_p^{j-1} (-\Delta d_{t+j} + r_{t+j}) \quad (8)$$

(8) 式左辺の対数配当利回り  $dp_t$  に  $d_t - p_t$  を代入して、左辺が  $p_t$  になるように整理すると、次のようになる。

$$p_t = \frac{k_p}{1-\rho_p} + \sum_{j=1}^{\infty} \rho_p^{j-1} ((1-\rho_p)d_{t+j} - r_{t+j}) \quad (9)$$

時点  $t$  においてこの (9) 式の期待値をとると、(1) 式が得られる。

なお、 $\rho_p$  は線形近似をする際に定義したものであるが、実証研究においては上述のように 1 より小さい 1 に近い値としており、(1) 式に示されるように割引係数 (discount coefficient) と解釈できる定数となっている (Campbell and Shiller 1988, Vuolteenaho 2002, Campbell and Vuolteenaho 2004)。

また、将来の  $((1-\rho_p)d_{t+j} - r_{t+j}) (j=1, 2, \dots)$  が一定であると予想するとき、(1) 式は次のようにあらわすことができる。

$$p_t = \frac{k_p + E_t((1-\rho_p)d_{t+1} - r_{t+1})}{1-\rho_p} \quad (10)$$

さらに、後で用いるため、(1) 式の Campbell-Shiller の現在価値恒等式を次のようにもあらわしておく。

$$p_t = \frac{k_p}{1-\rho_p} + E_t(d_{t+1} - r_{t+1}) - \sum_{j=2}^{\infty} \rho_p^{j-1} E_t(r_{t+j} - \Delta d_{t+j}) \quad (11)$$

これは (8) 式において、シグマ記号 ( $\Sigma$ ) の項について  $j=1$  のときの値のみを外に出し  $d_t$  を消去するように整理すれば導出できる。この式では、対数配当そのものではなく対数配当の変化  $\Delta d_{t+j}$  を用いてあらわすとともに、時点  $t$  における株主価値を評価する際には  $t+1$  期以降の配当のみが重要になるので、 $t$  期の配当に関する項を消去している。

また、将来の  $(r_{t+j} - \Delta d_{t+j}) (j=2, 3, \dots)$  が一定であると予想するとき、(11) 式は次のようにあらわすことができる。

$$p_t = \frac{k_p + (1-\rho_p)E_t(d_{t+1} - r_{t+1}) - \rho_p E_t(r_{t+2} - \Delta d_{t+2})}{1-\rho_p} \quad (12)$$

## 2.2. 株主資本簿価に関する現在価値恒等式

株主資本簿価に関する現在価値恒等式は次のようにあらわすことができる<sup>4)</sup>。

$$b_t = \frac{k_b}{1-\rho_b} + \sum_{j=1}^{\infty} \rho_b^{j-1} E_t((1-\rho_b)d_{t+j} - roe_{t+j}) \quad (13)$$

ここで、 $B_t$  を時点  $t$  における株主資本簿価として、この対数をとったものを  $b_t \equiv \ln(B_t)$  と定義している。また  $X_{t+j}$  を  $t+j$  期における利益として、 $t+j$  期におけるグロスの対数 ROE を  $roe_{t+j}$  であらわし、 $roe_{t+j} \equiv \ln(1+X_{t+j}/B_{t+j-1})$  と定義している。なお、 $\rho_b$  は 1 より小さい正の定数、 $k_b$  も定数であり、それぞれ以下で定義する。

Campbell-Shiller の現在価値恒等式は、対数株式リターンの定義を変形して導出しているため、全く同じ手続きによって、対数会計リターンの定義を変形して株主資本簿価に関する現在価値恒等

式を導出することができる (Muramiya and Shiiba 2016, 椎葉2017)。

まず、 $t+1$ 期のグロスの対数会計リターン、すなわちグロスの対数ROEは次のようである。

$$roe_{t+1} \equiv \ln\left(1 + \frac{X_{t+1}}{B_t}\right) \quad (14)$$

クリーン・サープラス関係  $B_{t+1} = B_t + X_{t+1} - D_{t+1}$  を仮定すると、対数会計リターンは次のようになる。

$$roe_{t+1} = \ln\left(\frac{B_{t+1} + D_{t+1}}{B_t}\right) \quad (15)$$

この (15) 式の対数会計リターンを (2) 式の対数株式リターンと比較すると、対数会計リターンは対数株式リターンにおける株式時価総額  $P_t(P_{t+1})$  を株主資本簿価  $B_t(B_{t+1})$  に置きかえたものであることが分かる。したがって、Campbell-Shillerの現在価値恒等式を導出したのと同様の式展開をすれば、 $p_t$  を  $b_t$  に、 $r_{t+j}$  を  $roe_{t+j}$  にそれぞれ置きかえた (13) 式が成り立つ。また、線形近似の際には、対数配当利回り  $dp_{t+1}$  の定常状態における値  $\overline{dp}$  ではなく、対数株主資本配当率  $db_{t+1}$  の定常状態における値  $\overline{db}$  を基準点とし、 $\rho_p, k_p$  に対応する変数をそれぞれ  $\rho_b, k_b$  とあらわす。なお、導出の途中で、対数株主資本配当率  $db_{t+1}$  を  $db_{t+1} \equiv \ln(D_{t+1}/B_{t+1})$  と定義している。

また、将来の  $((1-\rho_b)d_{t+j} - roe_{t+j})$  ( $j=1, 2, \dots$ ) が一定であると予想するとき、(13) 式は次のようにあらわすことができる。

$$b_t = \frac{k_b + E_t((1-\rho_b)d_{t+1} - roe_{t+1})}{1-\rho_b} \quad (16)$$

さらに、(11) 式の Campbell-Shiller の現在価値恒等式と同様に、対数配当の変化  $\Delta d_{t+j}$  を用いて、次のようにあらわすこともできる。

$$b_t = \frac{k_b}{1-\rho_b} + E_t(d_{t+1} - roe_{t+1}) - \sum_{j=2}^{\infty} \rho_b^{j-1} E_t(roe_{t+j} - \Delta d_{t+j}) \quad (17)$$

また、将来の  $(roe_{t+j} - \Delta d_{t+j})$  ( $j=2, 3, \dots$ ) が一定であると予想するとき、(17) 式は次のようにあらわすことができる。

$$b_t = \frac{k_b + (1-\rho_b)E_t(d_{t+1} - roe_{t+1}) - \rho_b E_t(roe_{t+2} - \Delta d_{t+2})}{1-\rho_b} \quad (18)$$

### 2.3. Vuolteenahoの現在価値恒等式

Vuolteenaho (2002) において示された Vuolteenaho の現在価値恒等式は次のようにあらわすことができる。ここでは、時点  $t$  において期待値をとった式を示す。

$$p_t = b_t + \sum_{j=1}^{\infty} \rho_{pb}^{j-1} E_t(roe_{t+j} - r_{t+j}) \quad (19)$$

ここで、 $\rho_{pb}$  は 1 より小さい正の定数であり、以下で定義している。

この式を導出する一つの方法は次のようである (Muramiya and Shiiba 2016, 椎葉 2017)。まず、(1) 式から (13) 式を辺々引いて、 $b_t$  を右辺に移項すると次のようになる。

$$p_t = \frac{k_p}{1-\rho_p} - \frac{k_b}{1-\rho_b} + b_t + \sum_{j=1}^{\infty} E_t(\rho_b^{j-1}((1-\rho_b)d_{t+j} - r_{t+j}) - \rho_b^{j-1}((1-\rho_b)d_{t+j} - roe_{t+j})) \quad (20)$$

次に、対数株式リターンおよび対数会計リターンを線形近似する際に、同じ基準点において近似したとすると、 $\rho_p = \rho_b = \rho_{pb}$  および  $k_p = k_b = k_{pb}$  とおくことができる。このとき、(19) 式の Vuolteenaho の現在価値恒等式が成り立つ。なお、同じ基準点としては、 $dp_{t+1}$  と  $db_{t+1}$  の定常状態における値の加重平均、すなわち  $w\overline{dp} + (1-w)\overline{db}$  とすることが考えられる。ここで  $0 < w < 1$  であり、 $\overline{dp}$  と  $\overline{db}$  はそれぞれ  $dp_{t+1}$  と  $db_{t+1}$  の定常状態における値とする。

また、 $rroe_{t+j} \equiv roe_{t+j} - r_{t+j}$  と定義し、この

$rroe_{t+j}$  を  $t+j$  期における対数残余 ROE と呼ぶことにする。(19) 式において、将来の  $rroe_{t+j}$  ( $j=1, 2, \dots$ ) が一定であると予想するとき、Vuolteenaho の現在価値恒等式は次のようになる。

$$p_t = b_t + \frac{E_t(rroe_{t+1})}{1 - \rho_{pb}} \quad (21)$$

2 つの線形近似の基準点を別々にした場合でも、(20) 式において、将来の  $d_{t+j}$ ,  $r_{t+j}$ , および  $roe_{t+j}$  ( $j=1, 2, \dots$ ) が一定であると予想するときには、(20) 式は次のようにあらわすことができる。

$$p_t = b_t + \frac{k_b - E_t(r_{t+1})}{1 - \rho_b} - \frac{k_b - E_t(roe_{t+1})}{1 - \rho_b} \quad (22)$$

なお、この (22) 式は (10) 式と (16) 式から  $d_{t+1}$  を消去しても導出することができる<sup>5)</sup>。

さらに、対数配当の変化  $\Delta d_{t+j}$  を用いてあらわした (11) 式の Campbell-Shiller の現在価値恒等式から、(17) 式の株主資本簿価に関する現在価値恒等式を辺々引くと、次式が成立する。

$$p_t = \frac{k_b}{1 - \rho_b} - \frac{k_b}{1 - \rho_b} + b_t + E_t(roe_{t+1} - r_{t+1}) - \sum_{j=2}^{\infty} \rho_b^{j-1} E_t(r_{t+j} - \Delta d_{t+j}) + \sum_{j=2}^{\infty} \rho_b^{j-1} E_t(roe_{t+j} - \Delta d_{t+j}) \quad (23)$$

また、将来の  $(r_{t+j} - \Delta d_{t+j})$  および  $(roe_{t+j} - \Delta d_{t+j})$  ( $j=2, 3, \dots$ ) が一定であると予想するとき、(23) 式は次のようにあらわすことができる。

$$p_t = b_t + E_t(roe_{t+1} - r_{t+1}) + \frac{k_b - \rho_b E_t(r_{t+2} - \Delta d_{t+2})}{1 - \rho_b} - \frac{k_b - \rho_b E_t(roe_{t+2} - \Delta d_{t+2})}{1 - \rho_b} \quad (24)$$

この式は  $\Delta d_{t+2}$  という配当に関する項が残っているが、ここでは Vuolteenaho の現在価値恒等式に関する公式の一つと位置づけておくことにする。

### 3. 数値例

この節では、織田・福井 (2002) を参考にしたいくつかの数値例に基づいて、割引配当モデルと残余利益モデルに加えて、Campbell-Shiller と Vuolteenaho の現在価値恒等式によっても、企業価値評価を行なう。本稿では特に、株主価値の評価に焦点を当てる<sup>6)</sup>。

#### 3.1. ケース 1：将来の利益、負債、株主資本、配当が一定の数値例

最初に織田・福井 (2002) と同じ数値例を考察する。この数値例を以下ではケース 1 と呼ぶ。株主資本 400 と有利子負債 600 の合計 1,000 の資金調達をして、活動を開始した企業を考える。株主資本コストは 8% であり、有利子負債の資本コストは利子率と等しく 5% とする。また有利子負債の価値は簿価と等しいと仮定する。定常状態を予想しており、期待営業利益は 100、償却費と同額を再投資し、税引後利益はすべて現金配当する。実効税率は 40% とする。このとき、定常状態における損益計算書は次の表 1 のように予想されることになる。

表 1：ケース 1 における損益計算書

営業利益	100	
支払利息	30	(=600×5%)
税引前利益	70	
税金	28	(=70×40%)
税引後利益	42	

#### 3.1.1 割引配当モデル

割引配当モデルは一般に次式のようなものである。

$$P_t = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{E_t(D_{t+j})}{(1+R)^j} \quad (25)$$

ここで  $R$  は割引率であり、每期一定と仮定している<sup>7)</sup>。

割引配当モデルは、次期以降の配当が每期一定であると予想するときには、次式のようにあらわすことができる。

$$P_t = \frac{E_t(D_{t+1})}{R} \quad (26)$$

この割引配当モデルによって株主価値を評価すると、毎期の配当が42で一定であり株主資本コスト（割引率）は8%であることから、 $P_t = 42/0.08 = 525$ となる。

### 3.1.2 残余利益モデル

残余利益モデルは一般に次式のようなものである。

$$P_t = B_t + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{E_t(RI_{t+j})}{(1+R)^j} \quad (27)$$

ここで、 $RI_{t+j}$ は $t+j$ 期の残余利益であり、 $RI_{t+j} \equiv X_{t+j} - R \times B_{t+j-1}$ である。

残余利益モデルは、次期以降の残余利益が每期一定であると予想するときには、次式のようにあらわすことができる。

$$P_t = B_t + \frac{E_t(RI_{t+1})}{R} \quad (28)$$

ここでの数値例では将来の残余利益も每期一定となり、その値は $42 - 0.08 \times 400 = 10$ である。したがって、残余利益モデルによって株主価値を評価すると、 $P_t = 400 + 10/0.08 = 525$ となる。この値は割引配当モデルによって求めた株主価値と一致していることが確認できる。

### 3.1.3 Campbell-Shillerの現在価値恒等式

数値例に基づくここまでの株主価値評価の計算は織田・福井(2002)と同じであるが、次にこの数値例において、Campbell-Shillerの現在価値恒等式を用いて株主価値を評価することを考える。まず、この数値例では、割引率 $R$ と配当 $D_t$ は将来にわたって一定であるから、将来の $((1-\rho_p)d_{t+j} - r_{t+j})$ も一定と予想されている。このため、

2.1節で示した次の公式を用いることができる。

$$p_t = \frac{k_p + E_t(((1-\rho_p)d_{t+1} - r_{t+1}))}{1-\rho_p} \quad (29)$$

数値例では $E_t(d_{t+1}) = \ln(E_t(D_{t+1})) = \ln(42) = 3.7377$ である<sup>8)</sup>。また、割引率は8%で一定であるから $E_t(R_{t+1}) = 0.08$ が成り立つ。したがって、 $E_t(r_{t+1}) \equiv \ln(1 + E_t(R_{t+1})) = \ln(1 + 0.08) = 0.0770$ となる。以上から、(29)式を計算するためには、後は $\rho_p$ の値だけが必要となる( $k_p$ は定義から $\rho_p$ のみに依存している)。

$\rho_p$ を計算するためには、定常状態における対数配当利回り $\overline{dp}$ が必要となる。実証上は過去の配当利回りの平均を用いることが多いと指摘したが、この数値例では次のように定常状態の値を求めることができる。すなわち、この数値例では株主価値も定常状態となるため、株主資本コストが8%であることを用いて、 $R^* = (P^* + D^* - P^*)/P^* = D^*/P^* = 0.08$ が成り立つ<sup>9)</sup>。ここで、アスタリスク(\*)は定常状態の値であることを意味している。したがって、定常状態では、配当利回りと株主資本コストは等しくなる。このとき、 $\overline{dp} = \ln(0.08)$ 、 $\rho_p \equiv 1/(1 + \exp(\overline{dp})) = 1/(1 + 0.08) = 0.9259$ となる。つまり、定常状態では $\rho_p$ は1+株主資本コスト(割引率)の逆数になっており、通常の割引係数の定義に一致する。なお、 $k_p \equiv -\ln \rho_p - (1 - \rho_p) \ln(1/\rho_p - 1)$ は $\rho_p$ に応じて、図1のような値をとる。図1には、この数値例において、 $\rho_p = 0.9259$ のとき、 $k_p = 0.2641$ の値をとることも示している。

以上から、(29)式を計算すると次のようになる。

$$p_t = \frac{0.2641 + (1 - 0.9259) \times 3.7377 - 0.0770}{1 - 0.9259} = 6.2634$$

対数をとらない $P_t$ を計算すると、 $P_t = \exp(p_t) = \exp(6.2634) = 525$ となり、割引配当モデルおよ

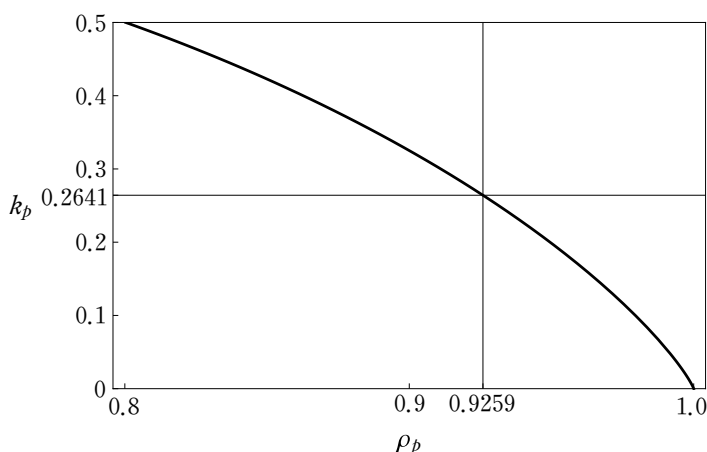


図1 :  $k_p = -\ln \rho_p - (1 - \rho_p) \ln(1/\rho_p - 1)$

び残余利益モデルを用いて求めた株主価値と一致することが分かる。確かにCampbell-Shillerの現在価値恒等式は導出の過程で(4)式のように線形近似をしているが、過去の実績値に基づく推定値などではなく将来期待する定常状態の値そのものを用いた場合には、(4)式は等号で成立する<sup>10)</sup>。

また、この数値例において、実証研究でよく用いられるように、配当利回りの過去平均として $D/P=0.04$ を用いると、 $\rho_p=1/(1+0.04)=0.9615$ となる。このとき、 $P_t=393.5849$ となり、20%以上の大きな誤差が生じる。つまり、少なくとも現在価値恒等式を株主価値評価モデルとして用いる場合には、 $\rho_p$ をどのように設定するかは評価値に大きな影響を与える。ただし、配当利回りの過去平均が $D/P=0.04$ のときに、数値例の配当利回りは $0.08(=42/525)$ と2倍の値を将来にわたって予想していることには注意が必要である。つまり、将来の配当利回りが過去平均に近くなると予想することが妥当なのであれば、数値例の予想の方を修正すべきということになるだろう。そしてそのように予想を修正すれば、評価誤差は小さくなる。

### 3.1.4 Vuolteenahoの現在価値恒等式

Vuolteenahoの現在価値恒等式は次のようであった。

$$p_t = b_t + \sum_{j=1}^{\infty} \rho_{pb}^{j-1} E_t(roe_{t+j} - r_{t+j}) \quad (30)$$

Campbell-Shillerの現在価値恒等式とは異なり、Vuolteenahoの現在価値恒等式は、導出の際に $dp_{t+1}$ と $db_{t+1}$ の定常状態における値をその加重平均、すなわち $w\overline{dp} + (1-w)\overline{db}$ に置きかえている。このため、これらの定常状態の値が等しくなければ、このことから誤差が生じることになる。以下、数値例を用いて確認する。

まず、数値例では将来の $roe_{t+j}$ および $r_{t+j}$ は一定であると予想していることから、2.3節で示した次の公式を用いることができる。

$$p_t = b_t + \frac{E_t(rroe_{t+1})}{1 - \rho_{pb}} \quad (31)$$

数値例では株主資本簿価 $B_t$ は400であるから、この式の右辺第1項は $b_t = \ln(400) = 5.9915$ である。また、第2項の分子の対数残余ROEの期待値は、 $E_t(rroe_{t+1}) = E_t(roe_{t+1}) - E_t(r_{t+1}) = \ln(1+42/400) - \ln(1+0.08) = 0.0998 - 0.0770 = 0.0229$ である。

以上から、(31)式を計算するためには、後は

$\rho_{pb}$ の値だけが必要となる。このために、定常状態における対数配当利回り $\overline{dp}$ と対数株主資本配当率 $\overline{db}$ を求める。まず、定常状態における対数配当利回りは前節と同様に $\overline{dp}=\ln(0.08)$ である。また、定常状態における対数株主資本配当率は $\overline{db}=\ln(42/400)=\ln(0.105)$ と計算できる。加重平均のウェイト $w$ を0.5とすると、 $\rho_{pb}$ は次のようになる<sup>11)</sup>。

$$\rho_{pb} = \frac{1}{1 + \exp(w\overline{dp} + (1-w)\overline{db})} = \frac{1}{1 + \exp(0.5 \times \ln(0.08) + 0.5 \times \ln(0.105))} = 0.9160$$

以上から、この数値例において、Vuolteenahoの現在価値恒等式を用いて株主価値を計算すると次のようになる。

$$p_t = b_t + \frac{E_t(roe_{t+1})}{1 - \rho_{pb}} = 5.9915 + \frac{0.0229}{1 - 0.9160} = 6.2640$$

対数をとらない $P_t$ を計算すると、 $P_t = \exp(p_t) = \exp(6.2640) = 525.3354$ となる。割引配当モデル、残余利益モデル、およびCampbell-Shillerの現在価値恒等式を用いて求めた株主価値525との誤差は $(525.3354 - 525) / 525$ から0.0639%となり、この数値例では誤差は十分に小さいと言えるだろう。また、この数値例では定常状態におけるPBRは $525/400 = 1.3125$ であり、この値が1により近いケースでは対数配当利回り $\overline{dp}$ と対数株主資本配当率 $\overline{db}$ が近い値となるため、誤差はさらに小さくなる。

このケース1の数値例では将来の $d_{t+j}$ ,  $r_{t+j}$ , および $roe_{t+j}$ が一定であると予想しているので、導出過程における線形近似の2つの基準点を別々にすれば、誤差なしで株主価値評価を行なうこともできる。つまり、2.3節で示した次の公式を用いて、正確に評価値を導出することもできる。

$$p_t = b_t + \frac{k_b - E_t(r_{t+1})}{1 - \rho_b} - \frac{k_b - E_t(roe_{t+1})}{1 - \rho_b} \quad (32)$$

具体的には、次のようになる。

$$p_t = 5.9915 + \frac{0.2641 - 0.0770}{1 - 0.9259} - \frac{0.3140 - 0.0998}{1 - 0.9050} = 6.2634$$

ここで、 $\rho_b = 1 / (1 + \exp(\overline{db})) = 1 / (1 + 0.105) = 0.9050$ であり、 $k_b \equiv -\ln \rho_b - (1 - \rho_b) \ln(1 / \rho_b - 1) = 0.3140$ である。

対数をとらない $P_t$ を計算すると、 $P_t = \exp(p_t) = \exp(6.2634) = 525$ となり、割引配当モデル、残余利益モデル、およびCampbell-Shillerの現在価値恒等式によって求めた株主価値と一致することが確認できる。

### 3.1.5 株主資本簿価に関する現在価値恒等式

ケース1の数値例の最後に、株主価値評価ではないが、株主資本簿価に関する現在価値恒等式が成立していることを、参考までに確認しておこう。なお、数値例では、株主資本簿価が400と分かっていることから、以下は株主資本簿価に関する現在価値恒等式の成立を確認することのみを目的としている。

まず、数値例では、利益 $X_t$ 、株主資本簿価 $B_t$ 、および配当 $D_t$ は将来にわたって一定であるから、将来の $((1 - \rho_b)d_{t+j} - roe_{t+j})$ が一定であると予想されている。このため、2.2節で示した次の公式を用いることができる。

$$b_t = \frac{k_b + E_t((1 - \rho_b)d_{t+1} - roe_{t+1})}{1 - \rho_b} \quad (33)$$

数値例では $E_t(d_{t+1}) = \ln(E_t(D_{t+1})) = \ln(42) = 3.7377$ である。また、 $E_t(roe_{t+1}) = \ln(E_t(1 + X_{t+1}/B_t)) = \ln(1 + 42/400) = 0.0998$ である。さらに、3.1.4節の最後でみたように、 $\rho_b = 0.9050$ であり、 $k_b = 0.3140$ である。

以上から、(33)式を計算すると次のようになる。

$$b_t = \frac{0.3140 + (1 - 0.9050) \times 3.7377 - 0.0998}{1 - 0.9050} = 5.9915$$



表2：ケース2における予測財務諸表

	2017	2018	2019	2020	2021	2022
貸借対照表（期末）						
負債	600	618	636.5	655.6	675.3	695.6
株主資本	400	412	424.4	437.1	450.2	463.7
負債・資本合計	1,000	1,030	1,060.9	1,092.7	1,125.5	1,159.3
損益計算書						
営業利益	-	100	103	106.1	109.3	112.6
支払利息	-	30	30.9	31.8	32.8	33.8
税引前当期純利益	-	70	72.1	74.3	76.5	78.8
法人税等	-	28	28.8	29.7	30.6	31.5
当期純利益	-	42	43.3	44.6	45.9	47.3
株主資本等変動計算書						
期首株主資本	-	400	412	424.4	437.1	450.2
当期純利益	-	42	43.3	44.6	45.9	47.3
配当	-	30	30.9	31.8	32.8	33.8
期末株主資本	400	412	424.4	437.1	450.2	463.7

対数をとらない  $B_t$  を計算すると、 $B_t = \exp(b_t) = \exp(5.9915) = 400$  となり、確かに株主資本簿価に一致することが確認できる。

### 3.2. ケース2：将来の利益、負債、株主資本、配当が一定成長の数値例

前節の数値例と初年度は同じだが、次年度以降、営業利益が持続的に3%成長するケースを考える。また次年度以降、負債と株主資本もそれぞれ3%成長するものとし、資本構成の比率は変化しないと仮定する。税引後利益はすべて配当とせず、配当はクリーン・サープラス関係を満たすように決まるものとする。

このケースでは、仮に初年度を2018年度とすると、予測財務諸表は表2のようになる<sup>12)</sup>。ただし、2017年の欄は2017年度末時点の値であり、2018年度の期首と同じ意味である。以下では、この数値例をケース2と呼ぶ。

#### 3.2.1 割引配当モデル

このケース2の数値例では、表2から、利益、負債、株主資本、配当は一定成長することが分かる。

ここで、次期以降の配当が每期100g%成長すると予想するときには、割引配当モデルは次式のようにあらわすことができる。

$$P_t = \frac{E_t(D_{t+1})}{R-g} \quad (34)$$

この割引配当モデルによって株主価値を評価すると、2018年度の配当が30であり、次期以降は每期3%成長すると予想していることから、2017年度末時点における株主価値は  $P_{2017} = E_{2017}(D_{2018}) / (R-g) = 30 / (0.08 - 0.03) = 600$  となる。

なお、 $E_{2017}(P_{2018}) = E_{2017}(E_{2018}(D_{2019})) / (R-g) = (1+g)E_{2017}(D_{2018}) / (R-g) = (1+g)P_{2017}$  となるから、株主価値も配当などの成長率と同じ率で成長することが予想されている。

表3：ケース2における残余利益

	2018	2019	2020	2021	2022
税引後利益 $X_t$	42	43.3	44.6	45.9	47.3
$R \times B_{t-1}$	32	33.0	33.9	35.0	36.0
残余利益 $RI_t$	10	10.3	10.6	10.9	11.3

### 3.2.2 残余利益モデル

ケース2の数値例では残余利益も表3のように3%成長することが分かる。

ここで、次期以降の残余利益が每期100g%成長すると予想するときには、残余利益モデルは次式のようにあらわすことができる。

$$P_t = B_t + \frac{E_t(RI_{t+1})}{R-g} \quad (35)$$

この残余利益モデルによって株主価値を評価すると、2017年度末の株主資本簿価が400、2018年度末の残余利益が10であり、次期以降は每期3%成長すると予想していることから、2017年度末時点における株主価値は  $P_{2017} = B_{2017} + E_{2017}(RI_{2018}) / (R-g) = 400 + 10 / (0.08 - 0.03) = 600$  となる。この値は割引配当モデルによって求めた株主価値と一致していることが確認できる。

### 3.2.3 Campbell-Shillerの現在価値恒等式

次に、この数値例について、Campbell-Shillerの現在価値恒等式を用いて株主価値を評価することを考える。この数値例では、割引率  $R$  は一定であり、配当  $D_t$  は将来にわたって一定成長となっている。しかし、(1)式のCampbell-Shillerの現在価値恒等式を用いて株主価値を計算するために

重要となる、将来の  $((1-\rho_p)d_{t+j} - r_{t+j})$  は一定にも一定成長にもならない。このことを確認するために作成したのが表4である。

この表4は、配当  $D_t$ 、対数配当  $d_t$ 、 $((1-\rho_p)d_t - r_t)$ 、およびそれらの成長率を示したものである。この表から分かるように、配当の成長率は3%であり一定成長になっていても、対数配当  $d_t$  は一定成長にはならない。また、 $((1-\rho_p)d_t - r_t)$  の値も一定にも一定成長にもならない。

ただし、2.1節ではCampbell-Shillerの現在価値恒等式について、次式のように対数配当の変化  $\Delta d_{t+j}$  を用いてもあらわすことができることを指摘した。

$$p_t = \frac{k_p}{1-\rho_p} + E_t(d_{t+1} - r_{t+1}) - \sum_{j=2}^{\infty} \rho_p^{j-1} E_t(r_{t+j} - \Delta d_{t+j}) \quad (36)$$

この式を用いた場合、株主価値を計算するために重要となるのは、将来の  $(r_{t+j} - \Delta d_{t+j})$  である。ここでケース2の数値例では、配当の成長率は每期3%で一定であるから、対数配当の変化も  $\Delta d_{t+j} = \ln(D_{t+j}/D_{t+j-1}) = \ln(1.03) = 0.0296$  となり一定となる。また、割引率は每期一定であるから、将来の  $(r_{t+j} - \Delta d_{t+j})$  も一定であると予想していることになる。したがって、2.1節の最後に示した次

表4：ケース2における配当  $D_t$ 、対数配当  $d_t$ 、 $(1-\rho_p)d_t - r_t$  およびそれらの成長率

	2018	2019	2020	2021	2022
配当 $D_t$	30	30.9	31.8	32.8	33.8
配当成長率	-	3%	3%	3%	3%
対数配当 $d_t$	3.4012	3.4308	3.4603	3.4899	3.5194
対数配当成長率	-	0.869%	0.862%	0.854%	0.847%
$(1-\rho_p)d_t - r_t$	0.0805	0.0819	0.0832	0.0846	0.0860
$((1-\rho_p)d_t - r_t)$ の成長率	-	1.700%	1.672%	1.644%	1.617%

の公式を用いることができる。

$$p_t = \frac{k_p + (1 - \rho_p)E_t(d_{t+1} - r_{t+1}) - \rho_p E_t(r_{t+2} - \Delta d_{t+2})}{1 - \rho_p} \quad (37)$$

数値例では2018年度の配当が30であり、 $E_{2017}(d_{2018}) = \ln(E_{2017}(D_{2018})) = \ln(30) = 3.4012$ であり、 $E_{2017}(\Delta d_{2019}) = \ln(E_{2017}(D_{2019}/D_{2018})) = \ln(1.03) = 0.0296$ である。割引率は一定であり、 $E_{2017}(r_{2018}) = E_{2017}(r_{2019}) = 0.0770$ となる。以上から、(37)式を計算するためには、後は $\rho_p$ の値だけが必要となる。

$\rho_p$ を求めるために必要となる定常状態における対数配当利回り $\overline{dp}$ は、次のようにして求めることができる。すなわち、この数値例では3.2.1節で確認したように、株価も3%成長を予想しているため、株主資本コストが8%であることに注意すると、 $E_t(R_{t+1}) = (E_t(P_{t+1}) + E_t(D_{t+1}) - P_t) / P_t = E_t(D_{t+1}) / P_t + (1.03P_t - P_t) / P_t = E_t(D_{t+1}) / P_t + 0.03 = 0.08$ という関係が成り立つ。つまり、このケースでは、期首株価に対する配当利回り $E_t(D_{t+1}) / P_t$ は株主資本コスト0.08から株価の成長率0.03を引いた0.05となる<sup>13)</sup>。したがって、近似の際の基準点を求めるために用いる対数配当利回りは $\overline{dp} = \ln(E_t(D_{t+1}/P_{t+1})) = \ln(E_t(D_{t+1}) / (P_t \times 1.03)) = \ln(0.05/1.03) = \ln(0.0485)$ となる。またこのことから、 $\rho_p \equiv 1 / (1 + \exp(\overline{dp})) = 1 / (1 + 0.0485) = 0.9537$ 、 $k_p \equiv -\ln \rho_p - (1 - \rho_p) \ln(1 / \rho_p - 1) = 0.1875$ となる。ここで注意すべき点は、このケース2では、定常状態における期首株価に対する配当利回りは株主

資本コストそのものではなく、株主資本コストから成長率を引いた値になっていることである。つまり、3.1.4節で指摘したように、ケース1のように将来の利益、負債、株主資本、および配当が一定の場合には、配当利回りと株主資本コストは等しくなるが、ケース2のようにこれらの変数が一定成長の場合には、期首株価に対する配当利回りは株主資本コストから成長率を引いた値に等しくなる。この意味で、割引係数 $\rho_{pb}$ は株主資本コストそのものではなく、成長率を考慮した割引率に対応するものと理解することができる<sup>14)</sup>。

以上から、(37)式を計算すると次のようになる。

$$p_{2017} = \frac{0.1875 + (1 - 0.9537)(3.4012 - 0.0770) - 0.9537 \times (0.0770 - 0.0296)}{1 - 0.9537} = 6.3969$$

対数をとらない $P_{2017}$ を計算すると、 $P_{2017} = \exp(p_{2017}) = \exp(6.3969) = 600$ となり、割引配当モデルおよび残余利益モデルによって求めた株主価値と一致することが分かる。

### 3.2.4 Vuolteenahoの現在価値恒等式

Vuolteenahoの現在価値恒等式では、将来の値が必要なのは対数残余ROE( $rroe_{t+j} \equiv roe_{t+j} - r_{t+j}$ )である。このケース2の数値例では $r_t$ は一定であり、また税引後利益と株主資本簿価が両者ともに3%成長することから $roe_t$ は每期一定となっている。したがって、対数残余ROEである $rroe_t$ も每期一定となる。具体的には表5のようになる。

この表から分かるように、ケース1と同様、ケ

表5：ケース2における対数残余ROE

	2017	2018	2019	2020	2021	2022
税引後利益 $X_t$	-	42	43.3	44.6	45.9	47.3
株主資本 $B_t$	400	412	424.4	437.1	450.2	463.7
$X_t/B_{t-1}$	-	0.105	0.105	0.105	0.105	0.105
$roe_t (\equiv \ln(1 + X_t/B_{t-1}))$	-	0.0998	0.0998	0.0998	0.0998	0.0998
$r_t$	-	0.0770	0.0770	0.0770	0.0770	0.0770
$rroe_t (\equiv roe_t - r_t)$	-	0.0229	0.0229	0.0229	0.0229	0.0229

ース2の数値例においても、将来の $roe_{t+j}$ および $r_{t+j}$ は一定であることから、次のVuolteenahoの現在価値恒等式に関する公式を用いることができる。

$$p_t = b_t + \frac{E_t(rroe_{t+1})}{1 - \rho_{pb}} \quad (38)$$

この数値例では2017年度末の株主資本簿価 $B_{2017}$ は400であるから、この式の右辺第1項は $b_{2017} = \ln(400) = 5.9915$ である。また、第2項の分子の対数残余ROEの期待値は、 $E_{2017}(rroe_{2018}) = 0.0229$ である。なお、これらはケース1と同じ値になっていることは注目に値する。つまり、利益、負債、株主資本、配当が每期一定（0%成長）と一定成長（3%成長）の2つのケースにおいて、この(38)式における対数株主資本 $b_t$ と対数残余ROEの期待値 $E_t(rroe_{t+1})$ は等しくなっている。そして以下でみるように、これらのケースの評価値 $p_t$ は、割引係数 $\rho_{pb}$ によって調整され、異なる値になるのである。

さて、(38)式を計算するためには、後は $\rho_{pb}$ の値が必要となる。このために、定常状態における対数配当利回り $\overline{dp}$ と対数株主資本配当率 $\overline{db}$ を求める。まず、対数配当利回りは前節と同様に、 $\overline{dp} = \ln(0.0485)$ である。次に、株主資本配当率は株主資本も配当も3%成長すると予想しているため、どの期で計算しても同じになり、たとえば期首株主資本に対する株主資本配当率は、 $E_{2017}(D_{2018})/B_{2017} = 30/400 = 0.075$ と求めることができる。したがって、近似の際の基準点を求めるために用いる対数株主資本配当率は、 $\overline{db} = \ln(E_{2017}(D_{2018})/E_{2017}(B_{2018})) = \ln(E_{2017}(D_{2018})/(B_{2017} \times 1.03)) = \ln(0.075/1.03) = \ln(0.0728)$ となる。加重平均のウェイト $w$ を0.5とすると、 $\rho_{pb}$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \rho_{pb} &= \frac{1}{1 + \exp(w\overline{dp} + (1-w)\overline{db})} \\ &= \frac{1}{1 + \exp(0.5 \times \ln(0.0485) + 0.5 \times \ln(0.0728))} = 0.9439 \end{aligned}$$

以上から、この数値例において、Vuolteenaho

の現在価値恒等式を用いて株主価値を計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned} p_{2017} &= b_{2017} + \frac{E_{2017}(rroe_{2018})}{1 - \rho_{pb}} \\ &= 5.9915 + \frac{0.0229}{1 - 0.9439} = 6.3993 \end{aligned} \quad (39)$$

対数をとらない $P_{2017}$ を計算すると、 $P_{2017} = \exp(p_{2017}) = \exp(6.3993) = 601.3991$ となる。割引配当モデルおよび残余利益モデルを用いて求めた株主価値600との誤差は $(601.3991 - 600)/600$ から0.2332%となり、誤差は十分に小さいと言えるだろう。なお、この数値例では定常状態におけるPBRは $600/400 = 1.5$ であり、この値が1により近いケースでは対数配当利回り $\overline{dp}$ と対数株主資本配当率 $\overline{db}$ が近い値となるため、評価誤差はさらに小さくなる。

このケース2の数値例では、将来の $rroe_{t+j}$ は一定であるものの、前節で確認したように、将来の $d_{t+j}$ および将来の $((1 - \rho_p)d_{t+j} - r_{t+j})$ は一定あるいは一定成長にはならない。このため、3.1.4節で考察したケース1の数値例とは異なり、導出過程における線形近似の2つの基準点を別々にした(22)式の公式は適用できない。ただし、対数配当の変化は $\Delta d_{t+j} = \ln(D_{t+j}/D_{t+j-1}) = \ln(1.03) = 0.0296$ と一定になるから、(24)式で示した次の公式を適用することができる。

$$\begin{aligned} p_t &= b_t + E_t(roe_{t+1} - r_{t+1}) + \frac{k_b - \rho_b E_t(r_{t+2} - \Delta d_{t+2})}{1 - \rho_p} \\ &\quad - \frac{k_b - \rho_b E_t(roe_{t+2} - \Delta d_{t+2})}{1 - \rho_b} \end{aligned} \quad (40)$$

具体的には、次のようになる。

$$\begin{aligned} p_{2017} &= 5.9915 + 0.998 - 0.0770 \\ &\quad + \frac{0.1875 - 0.9537 \times (0.0770 - 0.0296)}{1 - 0.9537} \\ &\quad - \frac{0.2481 - 0.9321 \times (0.0998 - 0.0296)}{1 - 0.9321} = 6.3969 \end{aligned}$$

ここで、 $\rho_b = 1/(1 + \exp(\overline{db})) = 1/(1 + 0.0728) = 0.9321$ であり、 $k_b \equiv -\ln \rho_b - (1 - \rho_b) \ln(1/\rho_b - 1) = 0.2481$ である。

対数をとらない  $P_{2017}$  を計算すると、 $P_{2017} = \exp(p_{2017}) = \exp(6.3969) = 600$  となり、割引配当モデル、残余利益モデル、および Campbell-Shiller の現在価値恒等式によって求めた株主価値と一致することが確認できる。

### 3.2.5 株主資本簿価に関する現在価値恒等式

ケース 2 の数値例においても、2017 年度末の株主資本簿価  $B_{2017}$  は 400 と分かっているが、株主資本簿価に関する現在価値恒等式が成立していることを、参考までに確認しておこう。

3.2.3 節の Campbell-Shiller の現在価値恒等式を用いる際に指摘したように、ケース 2 では対数配当の変化が  $\Delta d_{t+j} = \ln(D_{t+j}/D_{t+j-1}) = \ln(1.03) = 0.0296$  となり一定となる。また、将来の  $roe_{t+j}$  も一定と予想している。したがって、2.2 節の最後に示した次の公式を用いることができる。

$$b_t = \frac{k_b + (1 - \rho_b)E_t(d_{t+1} - roe_{t+1}) - \rho_b E_t(roe_{t+2} - \Delta d_{t+2})}{1 - \rho_b} \quad (41)$$

数値例では 2018 年度の配当が 30 であるから、 $E_{2017}(d_{2018}) = 3.4012$  となる。また、 $E_{2017}(\Delta d_{2019}) = 0.0296$  であり、 $E_{2017}(roe_{2018}) = E_{2017}(roe_{2019}) = 0.0998$  となる。さらに、3.2.4 節の最後でみたように、 $\rho_b = 0.9321$ 、 $k_b = 0.2481$  である。

以上から、(41) 式を計算すると次のようになる。

$$b_{2017} = \frac{0.2481 + (1 - 0.9321)(3.4012 - 0.0998) - 0.9321 \times (0.0998 - 0.0296)}{1 - 0.9321} = 5.9915$$

対数をとらない  $B_{2017}$  を計算すると、 $B_{2017} = \exp(b_{2017}) = \exp(5.9915) = 400$  となり、確かに 2017 年度末の株主資本簿価に一致することが確認できる。

### 3.3. その他のケース

3.2.4 節でみたように、将来の利益、負債、株主資本、配当が一定成長する場合、将来の  $roe_{t+j}$  は一定になることから、また割引率も一定と仮定しており将来の  $r_{t+j}$  も一定になることから、Vuolteenaho の現在価値恒等式に関する (21) 式の公式を適用することができる。そして、3% 成長のケースにおいては、この公式を用いた評価誤差は十分に小さいと判断できた。ここではまず、これまでの数値例をベースにして、3% 成長以外のケースについて、前節とまったく同様の方法で計算したとき、誤差がどのくらいの大きさになるかを確認しておく。次の表 6 は、利益などの成長率を 1% ごと変更したとき、割引配当モデルによる評価値（表では DDM）、Vuolteenaho の現在価値恒等式に関する (21) 式の公式を適用したときの評価値（表では Vuolteenaho）、その評価誤差（%）、および PBR を示している。なお、成長率 0% のケースは 3.1.4 節、成長率 3% のケースは 3.2.4 節の計算結果と同じである。

この表 6 から分かるように、この数値例では成長率を変更しても、評価誤差は概ね 3% 以内であり、Vuolteenaho の現在価値恒等式に関する公式は、株主価値評価モデルとしても十分に使えると判断できるだろう<sup>15)</sup>。なお、PBR が大きくなる

表 6：成長率を変化させたときの評価誤差

成長率 (%)	0	1	2	3	4	5	6	7
DDM	525	542.9	566.7	600	650	733.3	900	1,400
Vuolteenaho	525.3	543.4	567.5	601.4	652.7	734.4	918.7	1,515.0
評価誤差 (%)	0.0639	0.0935	0.1432	0.2332	0.4135	0.8324	2.0745	8.2165
PBR	1.3125	1.3571	1.4167	1.5	1.625	1.8333	2.25	3.5

表7：割引率と成長率を変化させたときの評価誤差

		成長率 (%)											
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
割引率 (%)	5	1.38	2.28	4.17	9.10	29.94							
	6	0.58	0.91	1.52	2.85	6.41	21.93						
	7	0.21	0.32	0.52	0.89	1.72	4.04	14.62					
	8	0.06	0.09	0.14	0.23	0.41	0.83	2.07	8.22				
	9	0.01	0.02	0.02	0.04	0.06	0.12	0.25	0.68	3.14			
	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.04	0.27		
	11	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.01	-0.02	-0.09	-1.36	

と評価誤差は増加傾向にあることも分かる。

次に、成長率に加えて、割引率も変更した場合に、評価誤差がどのように変化するかについて考察する。この結果を示したのが表7である。なお、この表では評価誤差(%)のみを示している。表に示しているように、縦軸は割引率であり5%から11%まで、また横軸は成長率であり0%から10%まで、いずれも1%ずつ変化させている。また、割引率が8%の結果は表6と同じである。

この表7からはまず、割引率が5%から11%の範囲では、概して割引率が小さいほど誤差は大きくなっていることが分かる。また、成長率と割引率が近い値をとる一部の組み合わせでは大きな誤差が生じている。ただし、それ以外の多くの組み合わせでは誤差は概ね3%以内となっており、また1%以内の誤差となる組み合わせも多く、全体としては誤差は十分に小さいと判断できる。

#### 4. 要約と含意

割引配当モデル、残余利益モデル、Campbell-Shillerの現在価値恒等式、およびVuolteenahoの現在価値恒等式の4つを株主価値評価モデルとしてみたとき、それぞれによって導出される評価値について、理論的には次のような特徴を持つと要約することができる。まず、割引配当モデルを前提にすると、クリーン・サープラス関係を仮定すれば、残余利益モデルは同じ株主価値評価値を与

える。次に、割引配当モデルに対応するCampbell-Shillerの現在価値恒等式は、その導出過程において対数株式リターンについて線形近似している。したがって、この式を用いて株主価値評価を行なうと評価誤差が生じるのが一般的であると予想できる。また、残余利益モデルに対応するVuolteenahoの現在価値恒等式は、対数株式リターンに加えて、対数会計リターンについても線形近似しており、また両者の近似の基準点を等しい値にしているため、評価誤差はさらに大きくなると予想される。

本稿では、このような理論予想をいくつかの数値例を用いて確認してきた。主要な結果は次の通りである。まず、将来の利益、負債、株主資本、配当が一定であれ一定成長であれ、割引配当モデルと残余利益モデルはまったく同じ株主価値評価値となる。この点はこれまでの多くの文献で既に指摘されてきたことである。次に、Campbell-Shillerの現在価値恒等式は、各変数が一定のケースでも一定成長のケースでも、割引配当モデルと同じ評価値を与え、導出の過程で線形近似をした式であるにもかかわらず、誤差は生じなかった。これは、近似の基準点としている定常状態における対数配当利回りとして、将来予想そのものの値を用いれば、誤差が生じなくなることが理由であった。ただし、将来の利益、負債、株主資本、配当が一定成長のケースでは、対数配当は一定成長にならないことに起因して、対数配当を用いた

Campbell-Shillerの現在価値恒等式に関する公式は適用できなかった。最後に、Vuolteenahoの現在価値恒等式は、導出過程で2つの線形近似における基準点を等しくしていることから、通常は誤差が生じることが明らかとなった。ただし、数値例において常識的な範囲の成長率と割引率を仮定した場合、この評価誤差は概して3%以内であり十分に小さいと判断できた。なお、2つの線形近似の基準点を別々にすれば、誤差なしで株主価値評価を行なうこともできた。

このような数値例を用いた考察によって得られる含意は次のようである。まず、割引配当モデルよりも残余利益モデルを用いた株主価値評価の方が誤差が小さくなる可能性について、福井(2008, p.40)が、「過去のデータをもとに将来を予測する場合、会計利益の方が配当あるいはキャッシュフローより単純な予測しやすい時系列特性を持っているならば、我々はこの真のデータ生成過程を知らずに有限の標本で実証分析を行うので、配当に比べ会計利益の予測誤差が小さくなる結果を得る可能性が高い」と指摘していることは注目し値する<sup>16)</sup>。実際に配当よりも利益の方が予測しやすいかどうかは実証上の問題ではあるが、このような視点に立てば、さまざまな株主価値評価モデルを導出することには価値があると考えられる。つまり、Campbell-Shillerの現在価値恒等式に関する一定成長の公式において鍵となるのは、対数配当( $d_t$ )、あるいは対数配当の変化( $\Delta d_t$ )である。より正確には、 $((1-\rho_p)d_t - r_t)$ 、あるいは $(r_t - \Delta d_t)$ という変数である。したがって、上記の福井(2008)の指摘からすれば、これらの変数が対数をとらない利益や配当それ自体よりも単純な予測しやすい時系列特性を持っているときには、評価誤差がより小さくなるという意味で、Campbell-Shillerの現在価値恒等式は割引配当モデルや残余利益モデルよりも、株主価値評価モデルとして

より有用となる可能性がある。実際、Campbell-Shillerの現在価値恒等式を応用した実証研究においては、対数配当利回り( $dp_t$ )と、対数株式リターンから対数配当の変化を引いた値( $r_t - \Delta d_t$ )の2変数のベクトル自己回帰(Vector Autoregressive; VAR)モデル、あるいは対数配当利回り( $dp_t$ )、対数配当の変化( $\Delta d_t$ )、および対数株式リターン( $r_t$ )の3変数のVARモデルが用いられることが多い(Campbell and Shiller 1988, Cuthbertson and Nitzsche 2004)。同じことはVuolteenahoの現在価値恒等式についても言える。そこでは鍵となる変数は対数ROE( $roe_t$ )と対数株式リターン( $r_t$ )、あるいは対数残余ROE( $rroe_t$ )である。そして、Vuolteenaho(2002)においては、対数株式リターン( $r_t$ )、対数ROE( $roe_t$ )、および対数簿価時価比率( $bm_t$ )の3変数のVARモデルが用いられている。また、Lyle and Wang (2015)などの近年の研究でも、対数株式リターンと対数会計リターン(対数ROE)の時系列特性を仮定していることがある<sup>17)</sup>。したがって、企業価値評価の研究においても、このような対数をとった変数について将来予測をすることも考慮すべきであると言えるのではないだろうか<sup>18)</sup>。

《注》

- 1) これら2つの現在価値恒等式については、たとえば椎葉(2017)において、導出の過程とともに説明されている。また、現在価値恒等式を応用したファイナンス分野のこれまでの実証研究については、たとえばCampbell(2017)のテキスト第5章(“Present Value Relations”)において説明されている。
- 2) たとえば、本稿の数値例では割引率が每期一定のケースしか扱っていない。
- 3) リターンは、以下では文脈によっては、株主資本コスト、割引率とも言いかえている。
- 4) この式はMuramiya and Shiiba(2016)、椎葉(2017)において示されている。
- 5) したがって、将来の $d_{t+j}$ 、 $r_{t+j}$ 、および $roe_{t+j}$ ( $j=1, 2, \dots$ )が一定であると予想するという条件よりも少し緩く、将来の $((1-\rho_p)d_{t+j} - r_{t+j})$  および $((1-\rho_b)d_{t+j} - roe_{t+j})$ ( $j=1, 2, \dots$ )

が一定であると予想するとき、この(22)式は成り立つ。

- 6) 企業価値は株主価値と負債の価値の合計と定義している。以下の数値例では負債の価値は簿価と等しいと仮定しており、また各数値例において負債の価値が与えられているため、株主価値にその負債の価値を加えることで企業価値も直ちに求めることができる。
- 7) 割引率の記号には小文字の  $r$  を使うことが多いが、本稿では対数株式リターンに小文字の  $r$  を用いているため、対数をとらない割引率は大文字の  $R$  であらわしている。
- 8) 本文では読みやすさを重視して、小数第5位を四捨五入して小数第4位までの値を示す一方で、等号を用いてあらわしている。
- 9) 定常状態における対数配当利回りは、3.1.1節における割引配当モデルの計算結果から、 $D_{t+1}/P_{t+1}=42/525=0.08$  となることを用いても計算できる。
- 10) このようなケースで誤差が生じないことは、Campbell et al. (1996, 訳書p.274) においても指摘されている。
- 11) 加重平均のとり方としては、 $p'_{pb} = \exp(\ln(wD/P + (1-w)D/B)) = wD/P + (1-w)D/B$  も考えられる。この場合、 $w = 0.5$  とすると、 $p'_{pb} = 0.5 \times 0.08 + 0.5 \times 0.105 = 0.0925$  となる。このとき  $p_t = 6.2617$ 、 $P_t = 524.1336$  となり、誤差は  $(524.1336 - 525)/525$  であり  $-0.1650\%$  と絶対値で少し大きくなる。
- 12) 表2以降の財務諸表の項目については小数第2位を四捨五入している。
- 13) 3.2.1節における割引配当モデルの計算結果から、期首株価に対する配当利回りは  $D_{2018}/P_{2017} = 30/600 = 0.05$  となることを用いても計算できる。なお、第2節で定義したように、現在価値恒等式では対数配当利回りを  $dp_{t+1} \equiv \ln(D_{t+1}/P_{t+1})$  として、分母分子ともに同じ時点としている。
- 14) 先にみたように、次期以降の配当が每期100%成長すると予想するとき、割引配当モデルは次式のようにあらわすことができる。

$$P_t = \frac{E_t(D_{t+1})}{R-g}$$

この評価値は、次期以降の配当が每期一定成長ではなく每期一定と予想し、割引率は成長率を考慮した  $R-g$  であるとしたときの評価値に一致する。成長率を考慮した割引率とは、このように解釈し直した割引率のことである。

- 15) 成長率をおおよそ6.4%より大きくすると評価誤差は3%を超える値となる。ただし、割引率8%のときに、永続成長率を6.4%より大きく設定することは通常行なわれないであろう。
- 16) なお、ここで指摘している時系列特性の例として、福井(2008, p.40)は、脚注において「たとえば、ある会計システムの下で、利益は1階の自己帰帰過程AR(1)、配当は10階の自己帰帰過程AR(10)に従っている場合など」と述べている。
- 17) ただし、Lyle and Wang(2015)は期待値をとった変数についての時系列を仮定している。この点については小野・村宮(2017)も参照のこと。また、椎葉(2017)の4.3節では、

対数株式リターンと対数会計リターンのそれぞれがAR(1)にしたがう場合のVuolteenahoの現在価値恒等式も示されており、これを本稿で考察してきたような株主価値評価モデルとして用いることもできる。

- 18) Campbell(2000, pp.1532-1533)やCochrane(2011, p.1101)などが指摘するように、Vuolteenahoの現在価値恒等式は、配当がゼロの可能性もある個別企業の株式リターンについて考察する際に有用であるとされている。このこともあり、企業価値評価の研究についてはではないが、福井(2008, p.40, 脚注33)もVuolteenahoの現在価値恒等式に基づくことが望ましいとしている。

#### 《参考文献》

- Campbell, J. Y., 2000. Asset pricing at the millennium, *The Journal of Finance* 55(4), 1477-1900.
- Campbell, J. Y., 2017. *Financial Decisions and Markets*, Princeton University Press.
- Campbell, J. Y., Shiller, R. J., 1988. The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors, *Review of Financial Studies* 1(3), 195-228.
- Campbell, J. Y., Vuolteenaho, T., 2004. Bad beta, good beta, *American Economic Review* 94(5), 1249-1275.
- Campbell, J. Y., Lo, A. W., MacKinlay, A. C., 1996. *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press. (祝迫得夫・大橋和彦・中村信弘・本多俊毅・和田賢治訳, 2003. 『ファイナンスのための計量分析』, 共立出版).
- Cochrane, J. H., 2011. Presidential address: Discount rates, *The Journal of Finance* 66(4), 1047-1108.
- Cuthbertson, K., Nitzsche, D., 2004. *Quantitative Financial Economics: Stocks, Bonds and Foreign Exchange*, 2nd edition, Wiley. (吉野直行監訳, 菅原周一・上木原さおり訳, 2013. 『ファイナンスの基礎理論-株式・債券・外国為替』, 慶應義塾大学出版会).
- 福井義高, 2008. 『会計測定の新評価』, 中央経済社.
- Lyle, M. R., Wang, C. C., 2015. The cross section of expected holding period returns and their dynamics: A present value approach, *Journal of Financial Economics* 116(3), 505-525.
- Muramiya, K., Shiiba, A., 2016. What moves firm values? 日本ディスクロージャー研究学会, 第1回JARDIS Workshop, 2016年3月21日報告論文.
- 織田恭司・福井義高, 2002. 「残余利益に基づく業績評価-EVA®を中心に」, 『企業会計』, 第54巻, 第4号, 119-126.
- 小野慎一郎・村宮克彦, 2017. 「クリーンサープラス関係を利用した時間的に変動する期待リターンの推計」, 『証券アナリストジャーナル』, 第55巻, 第10号, 70-81.
- 椎葉淳, 2017. 「会計情報に基づく現在価値関係」, 『年報 経営ディスクロージャー研究』, 第16巻, 133-149.
- Vuolteenaho, T., 2002. What drives firm-level stock returns? *The Journal of Finance* 57(1), 233-264.